

به نام خدا

### تکلیف سری اول مخابرات ۱

۱- یک تاس شش وجهی را در نظر بگیرید

الف) میزان اطلاعات نتیجه را در صورتی که تمام وجه‌ها دارای یک احتمال باشند را به دست آورید.

ب) میزان اطلاعات نتیجه را در صورتی که احتمال وقوع مقادیر زوج دو برابر مقادیر فرد باشد را به دست آورید.

پ) فرض کنید در قسمت الف می‌دانید نتیجه حاصل زوج است چه مقدار اطلاعات در یافت کرده‌اید؟ چقدر در مورد نتیجه ابهام دارد (یعنی چقدر اطلاعات دیگر باید به شما داده شود تا نتیجه را کامل بدانید)؟

پ) کد هافمن دو بند الف و ب را به دست آورده و متوسط طول کد را با آنتروپی در هر قسمت مقایسه کنید.

-۲

الف) ۹ سکه داریم و می‌دانیم یکی از آنها با دیگر سکه‌ها فرق دارد (سبک‌تر یا سنگین‌تر است). فرض کنید یک ترازوی دو کفه‌ای داریم که تنها می‌تواند سبک بودن یا سنگین بودن یک طرف را نسبت به طرف دیگر نشان دهد. با توجه به اینکه سکه خاص وجه تمایزی نسبت به سایر سکه‌ها ندارد حداقل چند بار وزن کردن لازم است تا به سکه خاص دست پیدا کنیم؟

ب) اگر ۲۷ سکه وجود داشته باشد حداقل چند بار وزن کردن لازم است؟

ب) اگر ۱۲ سکه وجود داشته باشد روشی ارایه دهید که سکه خراب را به دست آوریم و متوسط تعداد وزن کردن را به دست آورید.

۳- منبعی با ۳ سمبل به ترتیب با نمادهای زیر وجود دارد

$$P\{A\} = \frac{1}{2}, P\{B\} = \frac{1}{3}, P\{C\} = \frac{1}{6}$$

الف)  $H(X)$  را برای این منبع زیر به دست آورید.

ب) متوسط طول کد را به ازای کد هافمن یک سمبلی به دست آورید.

پ) متوسط طول کد را به ازای کد هافمن دو سمبلی به دست آورید.

ت) طول کد باینری عبارت AAABACAB را به ازای دو حالت ب و پ به دست آورده با هم مقایسه کنید.

۴- فرض کنید برای یک کانال بی حافظه با الفبای  $\{-5, -3, -1, 0, 1, 3, 5\}$  احتمال‌های متناظر برابر است با

$$\{.05, .1, .1, .15, .05, .25, .3\}$$

الف) آنتروپی منبع را به دست آورید

ب) فرض کنید این منبع به صورت زیر کوانتیزه شود

$$\begin{cases} q(-5) = q(-3) = -4 \\ q(-1) = q(0) = q(1) = 0 \\ q(3) = q(5) = 4 \end{cases}$$

آنتروپی منبع کوانتیزه شده را به دست آورید.

۵- نشان دهید ظرفیت کانال باینری با شرط  $p_{00} = 1 - p_{11}$  صفر است.

۶-  $\tilde{I}(X; Y)$  را برای کانال  $p_{00} = 0.7$  و  $p_{11} = 1$  به دست آورید.

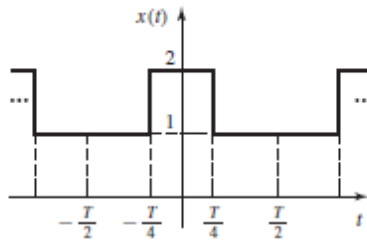
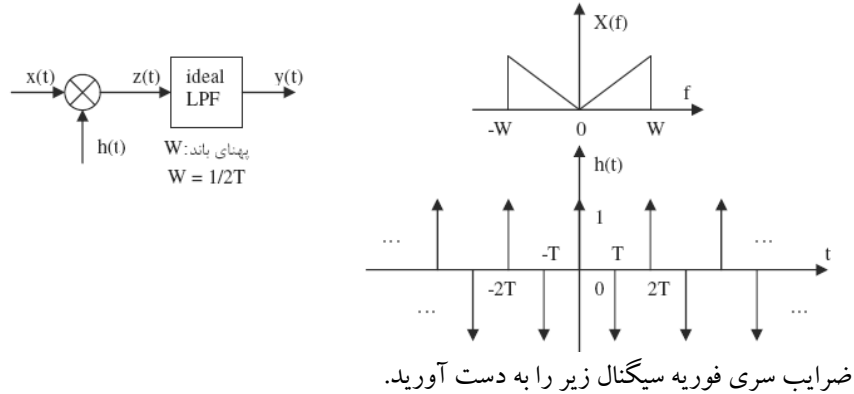
۷- سیگنال  $x(t) = 2\sin(t)$  را در نظر بگیرید.

الف) با در نظر گرفتن ۲ بیت (۴ سطح) بازه‌ی تغییرات سیگنال کوانتیزه شده توسط کوانتیزاسیون خطی را تعیین کنید.  
 ب) با در نظر گرفتن تابع  $F(x) = \sin^{-1}(x/2)$ ، بازه‌ی تغییرات سیگنال کوانتیزه شده توسط کوانتیزاسیون غیر خطی با تابع  $F(x)$  را تعیین کنید.

۸- انتگرال زیر را با استفاده از ویژگی‌های تبدیل فوریه محاسبه کنید.

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin c(t)}{1+t^2} dt$$

۱۰- طیف سیگنال خروجی زیر به دست آورید. چه شرطی بین  $T$  و  $W$  در نظر گرفته‌اید؟



۱۱- نشان دهید:

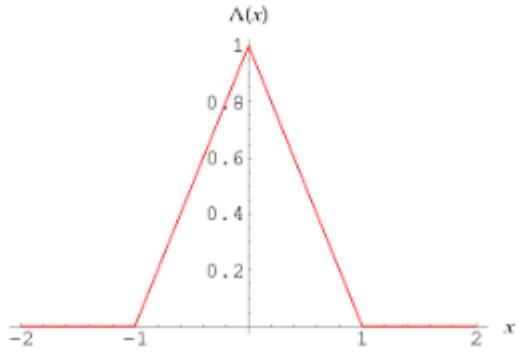
$$\text{sinc}(t) * \text{sinc}(t) = \text{sinc}(t)$$

۱۲- یکی از روابط تبدیل فوریه به صورت زیر است:

$$\sin^2(t) \xrightarrow{F} \text{tri}(f)$$

$$\text{tri}(t) \xrightarrow{F} \sin^2(f)$$

$$\text{tri}(t) = \begin{cases} 1-t & 0 \leq t \leq 1 \\ 1+t & -1 \leq t \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



در اینصورت تبدیل فوریه سیگنال‌های زیر را به دست آورید.

